

# Aplicación de la teoría de opciones reales a la determinación del momento óptimo de cosecha forestal

## Applying the theory of real options to the optimal timing of timber harvests

Gastón Milanesi <sup>1</sup>

Guillermo B. M. Woitschach <sup>2</sup>

Diego R. Broz <sup>3</sup>

Originales: Recepción: 30/11/2011 - Aceptación: 01/08/2012

### RESUMEN

Se propone el enfoque de opciones reales como herramienta económico-financiera para la toma de decisiones estratégicas en el sector forestal. En términos de instrumentos financieros, consideraremos en particular una opción exótica conocida como *barrier option* del tipo *knock-in*. Suponemos que la proyección del precio de venta promedio de los subproductos sigue un proceso estocástico del tipo Geométrico Browniano, mientras que la producción se determina mediante simulación de un turno forestal. La decisión de talar la masa forestal surge de comparar en cada periodo, el valor de flujo de fondos en cada nodo ( $FF_{ij(t)}$ ) de una rejilla binomial con el valor esperado en el próximo año ( $X_{t+1} \times e^{-r\Delta t}$ ). En un ejemplo analizado el criterio tradicional del VAN indica que el mayor valor actual se produce en el instante  $t = 0$  (año 10), mientras que el enfoque de opciones reales arroja que el máximo valor de ejercicio se da en el periodo  $t = 8$  (año 18).

### ABSTRACT

We present here a real options approach as a tool for strategic decision-making in the forestry sector. We consider, in particular, an exotic option known as a knock-in barrier option. We use this approach to determine the optimal timing of harvests. The optimal time is determined by comparing at each period, the cash flow corresponding to each node ( $FF_{ij(t)}$ ) in a binomial lattice with the expected value in the next year ( $X_{t+1} \times e^{-r\Delta t}$ ). The traditional NPV indicates, in an hypothetical context analyzed in the paper, that the largest present value is obtained at the tenth year of standing. The real options approach championed here, instead, indicates that the highest value is at the eighteenth year of standing.

### Palabras clave

opciones reales • flujo de fondos • rejilla binomial • momento óptimo

### Keywords

real options • cash flow • binomial lattice • optimal timing

- 1 Dpto. de Ciencias de la Administración. Universidad Nacional del Sur. 12 de Octubre y San Juan, 8° piso. Bahía Blanca. Buenos Aires. Argentina. B8000CTX. milanesi@uns.edu.ar
- 2 Universidad Nacional del Sur. Becario CONICET. Ingeniero Forestal. Ayudante de cátedra Administración Forestal y Economía Forestal. Facultad de Ciencias Forestales. Universidad Nacional de Misiones.
- 3 Universidad Nacional del Sur. Becario CONICET. Ingeniero Forestal.

## INTRODUCCIÓN

Los pioneros en la aplicación de componentes estocásticos en cosecha fueron Malliaris & Brockll (13), Miller & Voltaire (17), entre otros. Thomson (21) y Yin & Newman (23) estudiaron el turno óptimo de cosecha asumiendo que los precios siguen un Movimiento Geométrico Browniano; este último autor menciona que los enfoques tradicionales como Faustmann se limitan a un mundo determinista.

Se aplica un enfoque de opciones reales para determinar, desde el punto de vista económico-financiero, el momento más conveniente para realizar la tala. Se propone para la toma de la decisión en cuestión comparar en cada año, desde el 10 hasta el 20, el valor económico asociado al presente y el valor actual esperado de talar en el próximo año. Si el valor en el presente es mayor que el valor esperado actual, se toma la decisión de talar. De lo contrario se difiere al año próximo. Valorar la flexibilidad estratégica de una inversión se logra adaptando la Teoría de Opciones para instrumentos financieros (1), en función a estos se considerará una opción exótica conocida como *barrier option* del tipo *knock-in* (11). La opción se ejerce (tala) cuando el valor del subyacente (beneficio obtenido) supera el precio de ejercicio (valor actual esperado de la tala en el próximo ejercicio). La comparación período a período es relevante porque estos valores se caracterizan por ser cambiantes en función del tiempo y riesgo de las variables.

## MATERIALES Y MÉTODOS

Las variables aleatorias relevantes son dos: la tasa de crecimiento de la masa forestal  $E(g)$  y el precio de los productos obtenidos  $P$ . La evolución de la masa forestal es obtenida mediante simulación, utilizando el software Simulador Forestal (9). Obtenido el dato del crecimiento esperado, el volumen de la masa forestal es proyectado con la siguiente expresión;

$$vol_t = vol_{t-1} \times [1 + E(g)] \quad [1]$$

Para calcular el precio promedio y la variabilidad de la mezcla de subproductos obtenidos se aplican los conceptos de la Teoría Moderna de la Cartera (14)<sup>(1)</sup>. Se emplean las ecuaciones para estimar el precio esperado (medio) y el riesgo de precio (desvío estándar) en una combinación de activos financieros. El precio medio se estima de la siguiente manera;

$$\bar{P}_0 = \sum_i^n x_i \bar{P}_i \quad [2]$$

(1) La Teoría de la Cartera (*Modern Portfolio Theory*) es aplicable a todo tipo de carteras de activos. En este caso, el precio promedio de la masa forestal es el promedio ponderado del promedio observado de cada subproducto. La volatilidad es representada por la suma ponderada de los desvíos observados ajustados por la covarianza (correlación) precio correspondiente a la familia de subproductos.

En este caso  $\bar{P}_i$  representa el precio promedio de cada subproducto,  $x_i$  la participación en el total producido y  $P_0$  el precio promedio. El riesgo del precio es determinado por la siguiente expresión;

$$\sigma_c = \sum_{i=1; j=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + x_j^2 \sigma_j^2 + 2(x_i x_j) \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad [3]$$

donde:

- $\sigma_c$  = riesgo del precio de la cartera de productos
- $x_i$  y  $x_j$  = las participaciones de cada subproducto
- $\sigma_i^2$  y  $\sigma_j^2$  = las varianzas de los precios de los subproductos
- $\sigma_i$  y  $\sigma_j$  = los desvíos de los precios
- $\rho_{ij}$  = el coeficiente de correlación de precios

Usando el precio promedio (Ec. 2, pág. 66) se calculan los flujos de fondos libres:

$$FF_t = \left[ \bar{P}_0 \times vol_t \right] \times (1 - c_t) \times (1 - I) \quad [4]$$

donde:

- $vol_t$  = la producción esperada (Ec.1, pág. 66)
- $c_t$  = el porcentaje que representan los costos de producción (variables y de estructura) sobre los ingresos por ventas:

$$c_t = \frac{C_t}{\left[ \bar{P}_0 \times vol_t \right]} \quad [5]$$

La tasa marginal de impuesto a las ganancias ( $I$ ) es del 35%. El valor intrínseco de la explotación sin flexibilidad estratégica se estima con la siguiente expresión:

$$VAN_t = FF_t \times e^{-kt} \quad [6]$$

La ecuación 6 expresa el valor actual de los flujos de fondos derivados de la tala en cada uno de los años, descontados a la tasa ajustada por riesgo sobre inversiones equivalentes<sup>(2)</sup>. La estructura de la tasa ad-hoc, para mercado emergente, poco diversificado y segmentado (10) surge de ajustar el rendimiento de mercado por la volatilidad total, en este caso dada por el desvío del precio:

$$k = (1 + rm) \times \left( 1 + \sigma \sqrt{\Delta t} \right) \quad [7]$$

La única variable aleatoria está dada por el crecimiento de la masa forestal, suponiéndose constantes el precio promedio y los costos. La ecuación 7 muestra la formulación de la tasa ajustada por riesgo, donde  $rm$  es el adicional por riesgo de mercado,  $\sigma$  es la variación del precio y  $\Delta t$  es la relación entre  $T/n$ , siendo esto la longitud de cada paso del modelo, siendo  $k$  una relación porcentual.

(2) La tasa por riesgo equivalente se calcula aplicando los clásicos modelos como el CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), APM (*Arbitrage Pricing Model*), MPM (*Multifactor Pricing Model*) y sus adecuaciones a mercados emergentes.

La proyección del precio de venta promedio de los subproductos sigue un proceso estocástico del tipo Geométrico Browniano. Se trabaja en tiempo discreto y para la elaboración de una rejilla binomial<sup>(3)</sup> se utilizan los parámetros del modelo CRR (7). Estos son:

$$u = e^{\sigma_c \sqrt{\Delta t}} \quad [8]$$

$$d = e^{-\sigma_c \sqrt{\Delta t}} \quad [9]$$

Los movimientos de ascenso  $u$  y descenso  $d$  son calculados utilizando el desvío de la cartera de precios (Ec. 4, pág. 67). El precio de cada nodo padre  $(i,j)$ <sup>(4)</sup> de la rejilla genera los precios ascendentes  $i$  y descendentes  $j$  de la siguiente manera:

$$P_{ij(t)} = [P_{i(t-1)} \times u; P_{j(t-1)} \times d] \quad [10]$$

Una vez proyectado el proceso estocástico del precio (Ec. 8 y 9), se calcula nuevamente el flujo de fondos para cada periodo ( $t$ ) y cada nodo ( $i, j$ ):

$$FF_{ij(t)} = [P_{ij(t)} \times vol_t] \times (1 - c_t) \quad [11]$$

Con los flujos de fondos para cada nodo de la rejilla se está en condiciones de construir la opción real. Para ello es menester definir el precio de ejercicio de la opción.

La decisión a que se enfrenta el agente es seleccionar el momento de la tala. Para ello debe seguir un criterio de maximización de beneficios, conjugando el factor tiempo y el riesgo que emerge de las variables precio del producto y crecimiento de la masa forestal.

Los flujos de fondos proyectados en cada escenario de la rejilla son comparados con el valor esperado del próximo año, según la siguiente expresión:

$$X_{t+1} = \sum_{i=1; j=1}^n FF_{ij(t+1)} \times q_{(t+1)} \quad [12]$$

(3) Las rejillas binomiales son empleadas debido a su capacidad de recombinar nodos e incorporar las propiedades propias del triángulo de Pascal. Los árboles binomiales explicitan gráficamente el problema de manera más eficiente. No obstante no permiten recombinar, lo que torna su cálculo computacionalmente más complejo que las rejillas. Si  $n$  representa los periodos o intervalos de tiempo, la cantidades de nodos finales de una rejilla es de  $n+1$  y de nodos intermedios  $n(n+1)/2$ . En los árboles binomiales, en cambio, estos valores son  $2^{n-1}$  y  $2^{n-1}$ , respectivamente (20).

(4) Los nodos pueden interpretarse como posibles escenarios futuros, a mayor intervalo de tiempo mayor cantidad de nodos debido a la mayor incertidumbre. Así para el periodo  $t = 1$  la cantidad de nodos de la rejilla es de 2 (dos escenarios) mientras que para  $t = 10$  la cantidad es 11.

El valor es el promedio de los flujos de fondos en cada nodo del próximo periodo ( $FF_{ij(t+1)}$ ) ponderado por la probabilidad asociada ( $q_{i;j(t+1)}$ ). Las probabilidades asociadas a cada nodo están dadas por:

$$q_{i;j(t+1)} = \frac{n!}{m!(n-m)!} \times \left[ p^m \times (1 - p^{n-m}) \right] \quad [13]$$

En este caso los éxitos ( $m$ ) están dados por los movimientos de ascenso (subas) del precio sobre el total de observaciones ( $n$ ). Estas, condicionadas por los coeficientes equivalente-ciertos ( $p$ ), estimados con la siguiente ecuación:

$$p = \frac{(1+r)^{\Delta t} - d}{u - d} \quad [14]$$

donde  $r$  representa la tasa libre de riesgo y los movimientos ( $u$ ;  $d$ ) surgen de las ecuaciones [8] y [9] (pág. 68) y  $\Delta t$  tiene el mismo origen que en [8] y [9]. La decisión de talar la masa forestal surge de comparar en cada periodo el valor correspondiente a cada nodo ( $FF_{ij(t)}$ ) con el valor esperado en el próximo año ( $X_{t+1} \times e^{-r\Delta t}$ ). Matemáticamente el problema se resume en encontrar:

$$V_{ij(t)} = \begin{cases} FF_{ij(t)}, & \text{si } FF_{ij(t)} > X_{t+1} \times e^{-r\Delta t} \\ 0, & \text{si no} \end{cases} \quad [15]$$

Si el valor de los flujos de fondos libres ( $FF_{ij(t)}$ ) supera al valor actual esperado del próximo año ( $X_{t+1} \times e^{-r\Delta t}$ ) se ejerce la tala, siendo su valor de  $V_{ij} = FF_{ij(t)}$ . Caso contrario, si el valor esperado para el próximo año supera los flujos de fondos libres del nodo, el resultado es de  $V_{ij} = 0$  difiriendo la tala al año próximo. El valor de la opción en el momento inicial ( $t = 0$ ) requiere de utilizar el procedimiento recursivo sobre la rejilla (14, 15, 16):

$$V_{0t} = \sum_{i=1; j=1; t}^n \left\{ V_{ij(t)} \times q_{i;j(t)} \right\} \times e^{-r\Delta t} \quad [16]$$

siendo  $V_{0t}$  el valor actual de la opción de talar en el momento ( $t$ ). El ejercicio de la opción en cada nodo (escenario) en ( $t$ ) se expresa por  $V_{ij(t)}$ . La probabilidad de alcanzar el nodo asociado es  $q_{i;j(t)}$ .

El factor de actualización desde el momento ( $t$ ) hasta el inicio ( $t = 0$ ) es  $e^{-r\Delta t}$ . Finalmente, el periodo seleccionado para la tala corresponde al de mayor valor actual de beneficios futuros<sup>(5)</sup>.

(5) Se recomienda profundizar temática con (2, 3, 4, 5, 6, 18, 22).

### **Caso de aplicación**

Se propone determinar el turno óptimo de cosecha mediante la aplicación de opciones reales a un predio forestal de 40 hectáreas de *Pinus taeda* L. La producción se estima mediante la simulación del crecimiento de la masa boscosa. La franja etaria de interés es a partir del año 10 ( $t = 0$ ), tomando un horizonte de 10 años.

Los objetivos del cultivo y manejo de este rodal están alineados con aquellos tendientes a obtener subproductos de alto valor. Para ello los destinos son la industria de laminado y la industria de aserrío de grandes dimensiones ( $\varnothing > 30\text{cm}$ ). El resto de los subproductos son para aserrío de menores dimensiones ( $\varnothing < 30\text{cm}$ ) y rollos con destino para pulpa celulósica.

En la simulación del manejo de la masa forestal se previó el inicio del ciclo con 1600 plantas por hectárea, tres intervenciones de raleos con una intensidad de 50% a 55% y periodicidad de dos años entre intervención lo que nos permite obtener madera de alto valor favoreciendo el volumen individual (8).

Se planifica la ejecución de podas, que serán realizadas de acuerdo a la obtención de un cilindro defectuoso menor a 12 cm, eliminándose el 30% de la copa verde, siendo esta intensidad la ideal ya que la repercusión en el crecimiento es mínima (12). La altura total de poda es de 6,5 m.

La simulación se lleva a cabo con el software *Simulador Forestal* (9). Se considera un índice de sitio de 22 m (edad índice 15), una densidad final de 190 árboles por hectárea.

Los parámetros iniciales (*año 10*) del bosque son: altura media 16,4 m; diámetro medio 29,9 cm; área basal 13,5 m<sup>2</sup>/ha; un volumen de 108,7 m<sup>3</sup>/ha y un IDR de 256 (19).

## **RESULTADOS**

### **Estimación de los flujos de fondos**

*Precio promedio inicial:* este surge de aplicar la ecuación 2 (pág. 66), arrojando un valor de \$189,15 por tonelada para el periodo  $t = 0$ .

*Riesgo de precio:* para su estimación se emplea la ecuación 3 (pág. 67). El riesgo de precio de la cartera de subproductos ( $\sigma_c$ ) es de 13,57%.

*Flujo de fondos:* surge de aplicar la ecuación 4 (pág. 67). Para determinar el valor del flujo es menester estimar la participación de los costos sobre ventas. A continuación se expone el flujo de fondos libres después de impuestos.

**Tabla 1.** Flujo de fondos estático de la explotación.

**Table 1.** Static cash flow of harvests.

Flujo de fondos para superficie total (40 ha) de la parcela forestal							
Año	Vol. total (m <sup>3</sup> /ha)	Ventas	Costos operativos			% Costos sobre ventas	Flujo de fondos
			Elaboración y carga	Transporte	Total		
0	4344	\$ 821.672,00	\$ 166.809,60	\$ 72.979,20	\$ 239.788,80	29%	\$ 378.224,08
1	5320	\$ 1.074.528,00	\$ 204.288,00	\$ 89.376,00	\$ 293.664,00	27%	\$ 507.561,60
2	6304	\$ 1.327.048,00	\$ 242.073,60	\$ 105.907,20	\$ 347.980,80	26%	\$ 636.393,68
3	7272	\$ 1.569.920,00	\$ 279.244,80	\$ 122.169,60	\$ 401.414,40	26%	\$ 759.528,64
4	8220	\$ 1.811.020,00	\$ 315.648,00	\$ 138.096,00	\$ 453.744,00	25%	\$ 882.229,40
5	9144	\$ 2.042.256,00	\$ 351.129,60	\$ 153.619,20	\$ 504.748,80	25%	\$ 999.379,68
6	10032	\$ 2.262.072,00	\$ 385.228,80	\$ 168.537,60	\$ 553.766,40	24%	\$ 1.110.398,64
7	10892	\$ 2.477.536,00	\$ 418.252,80	\$ 182.985,60	\$ 601.238,40	24%	\$ 1.219.593,44
8	11716	\$ 2.681.616,00	\$ 449.894,40	\$ 196.828,80	\$ 646.723,20	24%	\$ 1.322.680,32
9	12508	\$ 2.877.112,00	\$ 480.307,20	\$ 210.134,40	\$ 690.441,60	24%	\$ 1.421.335,76
10	13264	\$ 3.064.852,00	\$ 509.337,60	\$ 222.835,20	\$ 732.172,80	24%	\$ 1.516.241,48

### Descuento de flujos de fondos

Empleando los flujos de fondos de la tabla 1 se determina el valor actual de las potenciales talas (Ec. 6, pág. 67). La tasa ajustada por riesgo (Ec. 7, pág. 67) es del 28,39%<sup>(6)</sup> (tabla 2).

**Tabla 2.** Flujos de fondos y valor actual flujos de fondos.

**Table 2.** Cash flows and their present values.

Periodos	Flujos fondos	VAN (FF)
0	\$ 378.224,08	\$ 378.224,08
1	\$ 507.561,60	\$ 382.105,60
2	\$ 636.393,68	\$ 360.674,27
3	\$ 759.528,64	\$ 324.062,00
4	\$ 882.229,40	\$ 283.374,08
5	\$ 999.379,68	\$ 241.659,44
6	\$ 1.110.398,64	\$ 202.137,47
7	\$ 1.219.593,44	\$ 167.138,93
8	\$ 1.322.680,32	\$ 136.462,11
9	\$ 1.421.335,76	\$ 110.394,78
10	\$ 1.516.241,48	\$ 88.657,37

(6) Para ello se supone un rendimiento de mercado del 25% (suponiendo nivel esperado de inflación) y volatilidad precio del 13,71%.

Debido al crecimiento de la masa forestal, los mayores flujos de fondos se obtienen en el último periodo. Por la sensibilidad de los beneficios al factor de actualización, el criterio del descuento de flujos de fondos indica que el mayor valor actual se produce en el instante  $t = 0$ . El resultado sugiere que la tala se realice de manera inminente.

**Opciones reales**

*Construcción del proceso estocástico de la variable de riesgo:* a los flujos de fondos se incorpora el riesgo de precio. Conforme fue expresado, este asciende al 13,75%.

El movimiento de ascenso y descenso (Ec. 8 y Ec. 9, pág. 68) es de  $u = 1,1453$  y  $d = 0,8731$ . Para la construcción de la rejilla se aplica la ecuación 10 (pág. 68) (tabla 3).

**Tabla 3.** Rejilla proceso estocástico del precio (ecuación 10).

**Table 3.** Lattice of the stochastic process of prices (equation 10).

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
\$ 189,15	\$ 216,64	\$ 248,12	\$ 284,18	\$ 325,47	\$ 372,77	\$ 426,94	\$ 488,99	\$ 560,05	\$ 641,43	\$ 734,65
	\$ 165,15	\$ 189,15	\$ 216,64	\$ 248,12	\$ 284,18	\$ 325,47	\$ 372,77	\$ 426,94	\$ 488,99	\$ 560,05
		\$ 144,20	\$ 165,15	\$ 189,15	\$ 216,64	\$ 248,12	\$ 284,18	\$ 325,47	\$ 372,77	\$ 426,94
			\$ 125,90	\$ 144,20	\$ 165,15	\$ 189,15	\$ 216,64	\$ 248,12	\$ 284,18	\$ 325,47
				\$ 109,93	\$ 125,90	\$ 144,20	\$ 165,15	\$ 189,15	\$ 216,64	\$ 248,12
					\$ 95,98	\$ 109,93	\$ 125,90	\$ 144,20	\$ 165,15	\$ 189,15
						\$ 83,80	\$ 95,98	\$ 109,93	\$ 125,90	\$ 144,20
							\$ 73,17	\$ 83,80	\$ 95,98	\$ 109,93
								\$ 63,88	\$ 73,17	\$ 83,80
									\$ 55,78	\$ 63,88
										\$ 48,70

*Construcción del flujo de fondos para la rejilla:* proyectado el precio para los escenarios posibles se está en condiciones de estimar los flujos de fondos por nodo (Ec. 11, pág. 68 y tabla 4, pág. 73).

*Determinación de las probabilidades de ocurrencia y el precio de ejercicio:* las probabilidades binomiales para cada nodo surgen de aplicar la ecuación 13 (pág. 69).

El precio de ejercicio es determinado aplicando la ecuación 12 (pág. 68). El valor del precio de ejercicio está dado por el precio promedio de los posibles resultados en cada instante (tabla 5, pág. 73).



**Tabla 4.** Rejilla proceso estocástico flujo de fondos (Ec. 11, pág. 68).  
**Table 4.** Lattice of the stochastic process of cash flows (Eq. 11, page 68).

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
\$581.883,20	\$ 837.538,71	\$ 1.153.996,76	\$ 1.538.142,53	\$ 2.005.086,43	\$ 2.566.176,20	\$ 3.234.572,30	\$ 4.033.541,25	\$ 4.979.071,38	\$ 6.097.690,74	\$ 7.416.481,33
	\$638.485,51	\$ 879.732,72	\$ 1.172.580,69	\$ 1.528.548,61	\$ 1.956.287,28	\$ 2.465.829,37	\$ 3.074.911,78	\$ 3.795.722,98	\$ 4.648.486,26	\$ 5.653.847,17
		\$ 670.651,50	\$ 893.899,91	\$ 1.165.266,90	\$ 1.491.347,28	\$ 1.879.789,32	\$ 2.344.114,48	\$ 2.893.614,47	\$ 3.543.706,20	\$ 4.310.128,54
			\$ 681.451,66	\$ 888.324,36	\$ 1.136.907,01	\$ 1.433.030,17	\$ 1.787.001,74	\$ 2.205.905,10	\$ 2.701.493,12	\$ 3.285.764,09
				\$ 677.201,21	\$ 866.704,60	\$ 1.092.449,81	\$ 1.362.294,90	\$ 1.681.639,81	\$ 2.059.444,17	\$ 2.504.854,69
					\$ 660.719,71	\$ 832.813,30	\$ 1.038.525,80	\$ 1.281.973,77	\$ 1.569.987,45	\$ 1.909.539,71
						\$ 634.883,16	\$ 791.705,11	\$ 977.294,14	\$ 1.196.857,20	\$ 1.455.709,95
							\$ 603.544,93	\$ 745.026,04	\$ 912.406,76	\$ 1.109.739,41
								\$ 567.959,82	\$ 695.560,08	\$ 845.993,77
									\$ 530.250,16	\$ 644.931,10
										\$ 491.653,89

**Tabla 5.** Precio de ejercicio para cada periodo (Ec. 12, pág. 68).  
**Table 5.** Exercise price at each period (Eq. 12, pág. 68).

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
\$581.883,20	\$768.763,39	\$ 972.255,02	\$ 1.189.487,79	\$ 1.423.260,21	\$ 1.671.958,47	\$ 1.934.388,40	\$ 2.214.119,83	\$ 2.508.711,81	\$ 2.820.042,27	\$ 3.148.298,73

*Determinación del momento de la tala:* los coeficientes equivalentes ciertos (Ec.14, pág. 69) ascienden a  $p = 0,6545$  y  $1-p = 0,3455$ . Conforme fue expuesto, se acepta la tala en el nodo proyectado si los flujos de fondos (Ec.11, pág. 68 y tabla 4, pág. 73) superan al valor actual esperado en el próximo ejercicio (Ec.12, pág. 68 y tabla 5, pág. 73).

Para estimar el valor actual, el precio de ejercicio es actualizado por un periodo al tipo sin riesgo, se supone una tasa  $r = 5\%$ . En la tabla 6 se expone la rejilla de valores, aplicando la ecuación 15 (pág. 69).

**Tabla 6.** Ejercicio de la opción, máximo valor entre el flujo de fondos del nodo (Ec. 11, pág. 68; tabla 4, pág. 73) y el valor actual del precio de ejercicio (Ec. 12, pág. 68; tabla 5, pág. 73); ecuación 15 (pág. 69).

**Table 6.** Exercise of option, highest difference between the cash flow at the node and the current value of the exercise price.

0	1	2	3	4	5
\$ -	\$ -	\$ 1.153.996,76	\$ 1.538.142,53	\$ 2.005.086,43	\$ 2.566.176,20
		\$ -	\$ -	\$ -	\$ 1.956.287,28
			\$ -	\$ -	\$ -
			\$ -	\$ -	\$ -
				\$ -	\$ -
					\$ -

6	7	8	9	10
\$ 3.234.572,30	\$ 4.033.541,25	\$ 4.979.071,38	\$ 6.097.690,74	\$ 7.416.481,33
\$ 2.465.829,37	\$ 3.074.911,78	\$ 3.795.722,98	\$ 4.648.486,26	\$ 5.653.847,17
\$ -	\$ -	\$ 2.893.614,47	\$ 3.543.706,20	\$ 4.310.128,54
\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 3.285.764,09
\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 2.504.854,69
\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 1.909.539,71
\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 1.455.709,95
	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 1.109.739,41
		\$ -	\$ -	\$ 845.993,77
			\$ -	\$ 644.931,10
				\$ -

Para estimar el periodo conveniente desde el punto de vista financiero para la tala, la información de la rejilla precedente se resume en una medida de valor esperado (Ec. 16, pág. 69; tabla 7, pág. 75). Los diferentes resultados obtenidos en cada nodo deben ponderarse por sus probabilidades de ocurrencia (Ec. 13, pág. 69). Con los cálculos precedentes se obtiene el valor del ejercicio (tala). Para llevarlos al mismo horizonte temporal se actualiza por el factor libre de riesgo.

La tabla 8 (pág. 75) expone en cada nodo de la rejilla la decisión de ejercicio (tala), diferimiento (postergar al próximo año) o no explotar (último nodo en  $t = 10$ ). La decisión en juego en el último periodo se balancea entre talar o abandonar, puesto que se supone que no existe camino estratégico alternativo (venta o diferimiento).

**Tabla 7.** Valor actual de la opción de tala (Ec. 16, pág. 69).  
**Table 7.** Current value of the harvest option (Eq. 16, page 69).

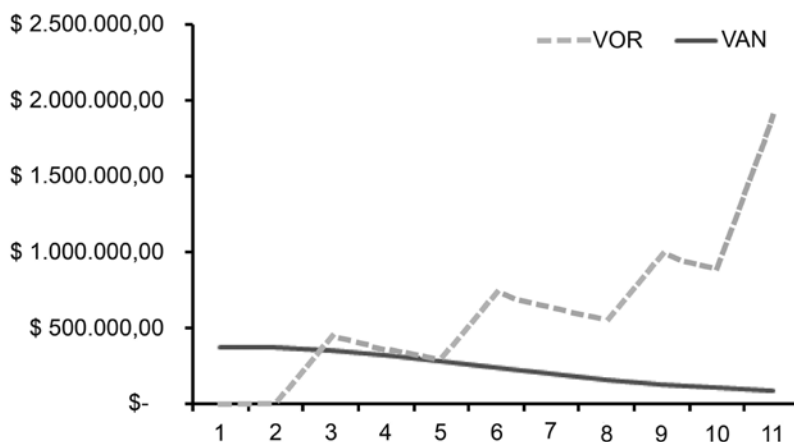
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
\$ -	\$ 494.319,34	\$ 431.222,19	\$ 367.907,91	\$ 308.172,59	\$ 254.229,48	\$ 207.489,95	\$ 167.633,35	\$ 134.362,78	\$ 106.957,93	
\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 620.114,87	\$ 613.882,55	\$ 584.525,18	\$ 539.707,59	\$ 486.664,43	\$ 430.448,42	
	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 760.211,96	\$ 783.425,53	\$ 779.546,01	
			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 836.601,45	
			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 589.202,78	
				\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 284.547,10	
					\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 95.429,15	
						\$ -	\$ -	\$ -	\$ 21.945,78	
							\$ -	\$ -	\$ 3.312,00	
								\$ -	\$ 296,20	
									\$ -	
\$ -	\$ 447.278,64	\$ 371.156,38	\$ 301.217,52	\$ 222.951,00	\$ 643.113,21	\$ 558.123,63	\$ 983.730,13	\$ 895.518,60	\$ 1.909.532,48	

**Tabla 8.** Ejercicio de la opción.  
**Table 8.** Exercise of the option.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Difere	Difere	Ejerce	Ejerce	Ejerce	Ejerce	Ejerce	Ejerce	Ejerce	Ejerce	Ejerce
	Difere	Difere	Difere	Difere	Ejerce	Ejerce	Ejerce	Ejerce	Ejerce	Ejerce
		Difere	Difere	Difere	Difere	Difere	Difere	Ejerce	Ejerce	Ejerce
			Difere	Difere	Difere	Difere	Difere	Difere	Difere	Ejerce
				Difere	Difere	Difere	Difere	Difere	Difere	Ejerce
					Difere	Difere	Difere	Difere	Difere	Ejerce
						Difere	Difere	Difere	Difere	Ejerce
							Difere	Difere	Difere	Ejerce
								Difere	Difere	Ejerce
									Difere	Ejerce
										No explota

A diferencia del criterio tradicional el enfoque de opciones reales incorpora variables estocásticas (riesgo de precio) y la flexibilidad estratégica del ejercicio de talar. El mayor valor actual se obtiene en el periodo  $t = 10$  (año 20). Entre los periodos  $t = 0$  hasta  $t = 9$ , el máximo valor de ejercicio de la tala surge en el periodo  $t = 8$  (año 18).

Estos resultados difieren del criterio tradicional de descuento de flujo de fondos, en el cual el riesgo es incorporado íntegramente en el factor de actualización, los periodos son tratados sin flexibilidad alguna (solamente tala) y el resultado se encuentra en parte influenciado, por el impacto de la tasa ajustada por riesgo en el flujo de fondos esperado estático. En la siguiente figura se expone el perfil de beneficios en ambos enfoques.



**Figura.** Perfil de beneficios actuales esperados VAN-VOR.

**Figure.** Profile of current expected benefits in the NPV and ROV approaches.

## DISCUSIÓN

Se expuso un modelo alternativo al clásico método de descuento de flujos de fondos, para estimar la conveniencia financiera-temporal de ejercer la opción de talar una masa forestal hipotética. La falencia del método tradicional es no considerar la flexibilidad estratégica (diferir por un periodo) y considerar solamente el riesgo en la tasa.

En este trabajo proponemos aplicar la teoría de opciones reales para incorporar en el marco de decisión la posibilidad de diferir la tala y tomar en cuenta el proceso aleatorio del precio. La decisión consiste en comparar cada escenario proyectado *versus* el valor actual promedio de los escenarios del próximo ejercicio. En términos de opción financiera la decisión se asemeja a una *barrier option* del tipo *knock-in*.

El método de descuento de flujos de fondos sugiere talar en el primer periodo. Esto es una consecuencia de la alta sensibilidad negativa de los flujos al factor de descuento, además de que la variable precio se supone constante en todo el periodo de proyección. La aplicación del método de opciones reales, por el contrario, sugiere que el máximo valor se obtiene en el último periodo. Descartada esta opción, que no posee flexibilidad, el segundo momento óptimo se encuentra en  $t = 8$  (año 18). Esto se determina sobre la base de un proceso estocástico binomial para el precio, incorporando volatilidad en la estimación de los flujos de la rejilla para cada nodo como para el precio de ejercicio estimado. Se puede ver que en  $t = 5$  (año 15) hay un ingreso de \$ 722.951 en el cual el decisor deberá optar a través del análisis de riesgo la conveniencia de esperar tres años por un incremento del ingreso a \$ 983.730 (año 18).

## CONCLUSIONES

La teoría de opciones reales presenta una alternativa más apropiada a la hora de utilizar una herramienta para la toma de decisiones ya que incorpora volatilidad de precios además de las tasas de descuento, cuestión que el VAN tradicional y variantes no lo hace y, por ende, tal simplificación conlleva a decisiones no tan convenientes.

Es importante desarrollar investigaciones en distintas instituciones abocadas y hacer extensivo para su aplicación práctica en las empresas forestales del país.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Black, F.; Scholes, M. 1973. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*. 81(3): 637-659.
2. Borison, A. 2003. Real Option Analysis: Where are the Emperor's Clothes. *Real Options Conference*.
3. Brandao, L.; Dyer, J.; Hahn, W. 2005. Using Binomial Decision Trees to Solve Real Options Valuations Problems. *Journal of Decision Analysis* (2), p. 69-88.
4. Copeland, T.; Koller, T.; Murrin, J. 2000. *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies* (3 ed.). New York, Wiley. 490 p.
5. Copeland, T.; Antikarov, V. 2001. *Real Options*. New York, Texere LLC. 370 p.
6. Copeland, T.; Weston, F.; Shastri, K. 2005. *Financial Theory and Corporate Policy* (4 ed.). Estados Unidos, Pearson Addison Wesley. 1000 p.
7. Cox, J.; Ross, S.; Rubinstein, M. 1979. Option Pricing: A Simplified Approach. *Journal of Financial Economics*, 229-263.
8. Crechi, E.; Fernández, R.; Friedl, A.; Falher, J. 2005. Efectos de raleo en *Pinus taeda*, Norte Misionero. Estación Experimental INTA Montecarlo. IDIA XXI N° 8. p. 41-45.
9. Crechi, E.; Fassola, H.; Friedl, A. 2005. Simulador Forestal. IDIA XXI N° 8. p. 46-50.
10. Damodaran, A. 2002. *Investment Valuation* (2 ed.). New York, John Wiley & Sons. 992 p.
11. Hull, J. 2005. *Futures, Options and other Derivatives* (5 ed.). New Jersey, Prentice Hall. 744 p.
12. Keller, A.; Fassola, H.; Pachas, N. 2007. Efecto de la poda y raleo en el crecimiento de *Pinus taeda* L. a los 11 años de edad en el Departamento de Iguazú, Misiones. XI Jornadas Técnicas Forestales y Ambientales. Eldorado: Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Nacional de Misiones - EEA Montecarlo, INTA.
13. Malliaris, G.; Brockll, A. 1982. *Stochastic methods in economics and finance*. North-Holland, Amsterdam. 303 p.
14. Markowitz, H. 1991. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments* (2 ed.). Cambridge, Massachusetts, Blackwell Publishers. 400 p.
15. Milanese, G. 2011. *Opciones Reales: Teoría y Casos Prácticos*. Buenos Aires, Induvio Editora. 156 p.

16. Milanesi, G.; Vigier, H. 2010. Árboles de Decisión, Opciones Reales y Enfoque Integrado en Mercados Completos e Incompletos. In: A. A. Política (Ed.). Anales Asociación Argentina de Economía Política. Buenos Aires, AAEP. p. 1-30.
17. Miller, A.; Voltaire, A. 1983. A stochastic analysis of the tree paradigm. *Journal of Economic Dynamics & Control*. 6(1): 371-386.
18. Pratt, S.; Grabowski, R. 2008. *Cost of Capital: Applications and Examples* (3 ed.). New Jersey: John Wiley & Sons. 778 p.
19. Prodan, M.; Peters, R.; Cox, F.; Real, P. 1997. *Mensura Forestal*. Costa Rica: Instituto Interamericano para la Agricultura. Gesellschaft für Zusammenarbeit (IICA-GTZ). 511 p.
20. Smith, J. 2005. Alternative Approach for Solving Real Options Problems. *Decision Analysis*(2), 89-102.
21. Thomson, A. 1992. Optimal forest rotation when stumpage prices follow a diffusion process. *Land Economics*, New York. 68(3): 329-342.
22. Trigeorgis, L. 1997. *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocations* (2 ed.). Cambridge, MIT Press. 427 p.
23. Yin, R.; Newman, D. 1997. When to cut a stand of trees? *National Resour. Model*. 10(3): 251-261.